Universidad Industrial de Santander
Profesor: Henry Arguello Fuentes
Periodo de prueba 2020

Lab No. 1 Proximal
Optimización convexa
Fecha: 29/05/20

- El informe de éste laboratorio debe ser entregado antes del **05/06/2029 11:59 p.m.**.
- Este laboratorio contiene 1 páginas y 1 problemas.
- No olvide anotar su nombre.
- No escriba en la tabla de la derecha.

Problema	Puntos	Nota
1	100	
Total:	100	

Competencias a evaluar

- El estudiante domina la notación de la optimización matemática.
- El estudiante formula un algoritmo siguiendo la estrategia *Proximal Gradient* para la solución de problemas de optimziación.
- El estudiante programa el algoritmo basado en *Proximal Gradient* en un lenguaje de programación.

Marco contextual

El método *Proximal Gradient* es un algoritmo que resuelve problemas de optimización convexa bajo la idea de usar la aproximación de primer orden de Taylor.

Problemas

1. Considere el problema de optimización

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \;\; f(\boldsymbol{x}) \\ &s.t. \;\; \boldsymbol{x} \in \mathcal{C} \subset \mathbb{R}^n, \end{aligned} \tag{1}$$

donde $f(\boldsymbol{x})$ es una función convexa y $\mathcal{C}$ es un conjunto convexo.

(a) (40 puntos) Desarrolle un algoritmo para solucionar (1) donde las iteraciones $\boldsymbol{x}^{(t+1)}$ estan dadas por

$$\boldsymbol{x}^{(t+1)} = \arg\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{C}} \left\{ f(\boldsymbol{x}^{(t)}) + \nabla f(\boldsymbol{x}^{(t)})^T(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{(t)}) + \frac{1}{2\tau_{(t)}}\|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^{(t)}\|_2^2 \right\} \tag{2}$$

donde $\tau_{(t)}$ es un paramétro de regularización, $f(\boldsymbol{x}) = \|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|_2^2$ con $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $m < n$. El conjunto $\mathcal{C}$ está dado por $\mathcal{C} = \{\boldsymbol{x} : \|\boldsymbol{x}\|_1 \leq \beta\}$ para $\beta > 0$.

(b) (40 puntos) Implementar el algoritmo formulando en Matlab o Python.

(c) (20 puntos) Realice un anális de la convergencia del algoritmo variando los parámetros β y $\tau_{(t)}$.